PERANAN MATRIKS TOPOLOGI PADA SISTEM JARINGAN

DISTRIBUSI LISTRIK BERBENTUK RADIAL

**Cekmas Cekdin1,Hazairin Samaulah2**

1Program Studi Teknik Elektro, Universitas Muhammadiyah Palembang, Indonesia

2Program Studi Teknik Elektro, Universitas Tridinati Palembang, Indonesia

email : [1cekmas\_cekdin@yahoo.com](mailto:1cekmas_cekdin@yahoo.com), [2hazairinsamaulah@yahoo.com](mailto:2hazairinsamaulah@yahoo.com).

**Abstracts**

Topology matrix is a technic of electric network analyzing which describes network element as a line segment or a branch and connetction point or *node*. As a whole, it is shown as a network graph. Its applications on distribution network of low and medium voltage enables problem or calculation simplification by using capacitance effect as a part of injection current of each node of radial electric distribution network system. Radial network has specific propertiy which is able to be used to solve the problem more easily. In fact, in radial network there is only one node as power source while other nodes are as load nodes. Positive injection current is in power source node while negative injection current is in other nodes. In radial network, there is a relation *b* = *n-1* where *b* is branch number and *n* as node number.

*Keywords* : Topology matrix, *node*, *graph*, radial electric distribution network system.

**Abstrak**

Matriks topologi merupakan teknik menganalisa jaringan listrik yang menggambarkan elemen jaringan sebagai segmen garis disebut cabang dan titik hubung sebagai *node* yang keseluruhannya tergambar dalam suatu *graph* dari jaringan. Pemakaian pada jaringan distribusi tegangan menengah dan rendah memungkinkan penyederhanaan masalah yang bertujuan untuk penyederhanaan perhitungan, yaitu dengan memasukan efek kapastansi sebagai bagian dari arus injeksi tiap *node* pada sistem jaringan distribusi listrik berbentuk radial. Jaringan radial memiliki beberapa sifat khusus yang dapat dimanfaatkan untuk mempermudah pemecahan masalah, yaitu pada jaringan radial hanya terdapat satu *node* sumber daya,dan *node*-*node* lain merupakan *node* beban, arus injeksi positif terdapat pada *node* sumber daya, sedangkan pada *node* lain arus injeksi berharga negatif. Pada suatu jaringan radial berlaku hubungan *b* **=** *n-*1, dengan *b* adalah merupakan jumlah cabang, dan *n* merupakan jumlah *node*.

*Kata kunci* : Matriks topologi, *node*, *graph*, sistem jaringan distribusi listrik berbentuk radial.

**I.** **Pendahuluan**

Masalah yang dihadapi pada sistem jaringan distribusi listrik berbentuk radial adalah bagaimana menganalisa dalam perhitungan agar menjadi mudah. Karenanya perlu suatu metode yang tepat, yaitu metode dengan menggunakan matriks topologi. Dari matriks topologi ini akan sangat mudah untuk mengetahui tegangan, arus, daya dan rugi-rugi pada pengoperasian normal di sistem jaringan distribusi listrik berbentuk radial. Sebab itu dalam untuk perhitungan sistem ini disederhanakan dan sesuai dengan kriteria-kriteria yang dituntut oleh suatu sistem distribusi. Dalam aplikasi untuk perhitungan aliran daya pada jaringan distribusi radial sangatlah sederhana dengan menggunakan metode topologi. Karena dengan menggunakan metode topologi objek dari perhitungan dapat mengetahui : tegangan tiap *node* dari sistem jaringan distribusi radial, arus dan daya yang mengalir pada tiap cabang jaringan, rugi-rugi daya tiap cabang dari jaringan distribusi. Jaringan radial dengan 5 *node* dan 4 cabang topologinya, Ordo matriks topologi meliputi dengan jumlah *node* *n* (baris) dan cabang *b* (kolom). Pembentukannya berdasarkan : elemen berharga 0 bila cabang *j* dan *node* *i* tidak berhubungan, elemen berharga +1 bila cabang *j* berhubungan dengan *node* *i* dan arah alirannya meninggalkan *node* *i*, elemen berharga -1 bila cabang *j* berhubungan dengan *node* *i* dan arah alirannya menuju *node* *i*. Beberapa pengertian dalam sistem jaringan distribusi listrik berbentuk radial pada aplikasi matriks topologi : cabang adalahsegmen garis yang menggambarkan elemen jaringan yang terhubung anatara dua buah node, *node* adalahtitik yang terletak pada tiap ujung dari cabang, dan menggambarkan suatu titik hubung, *oriented graph* adalah merupakan *graph* dimana *node* dan cabangnya telah diberi nomor serta memiliki arah aliran arah arus, *subgraph* adalah bagian cabang-cabang dan *node*-*node* dari *graph*, *loop* adalahkumpulan cabang-cabang dan *node*-*node* dalam *graph* yang membentuk lintasan tertutup, *tree* adalah *graph* sederhana dimana tidak ada cabang membentuk *loop*. Jaringan radial merupakan suatu *tree*.

**II. Metode Penelitian**

**A. Studi Literatur**

**A.1. Menentukan Arus Listrik Pada Setiap Segmen Dengan**

**Matriks Topologi Sistem Distribusi Listrik Bentuk Radial**

Setiap jaringan distribusi mempunyai topologi yang mengandung *n* buah *node* dan *n* buah segmen, seperti dapat dilihat pada contoh topologi struktur radial jaringan distribusi pada Gambar 1.



Gambar 1. Contoh jaringan distribusi radial.

Arus segmen dihitung berdasarkan matriks topologi seperti pada Gambar 2.

Dengan ketentuan :

*i =* 1, 2, 3, 4, . . . , *n*, adalah indeks dari *node* yang mempresentasikan titik pembebanan.

*j =* *a*, *b*, *c*, *d*, . . . , *n*, adalah indeks dari segmen yang menghubungkan dua titik beban, masing-masing dengan tahanan *Ra*, *Rb*, *Rc*, *Rd*, . . . , *Rn*, dan dapat ditulis :

*Ti* = *T*1, *T*2, *T*3, *T*4, . . . , *Tn*, merupakan representasi arus yang diinjeksikan pada setiap *node*.

*Ij* = *Ia*, *Ib*, *Ic*, *Id*, . . . , *In*, merupakan representasi arus yang mengalir pada segmen.



Gambar 2. Matriks topologi jaringan ditribusi radial dari Gambar 1.

Berdasarkan hukum Kirchoff

 (1)

denganadalah kumpulan titik-titik beban yang terhubung di *node* ke-*i*, pada suatu jaringan distribusi.

Dalam hubungan matriks, Persamaan (1) dapat ditulis sebagai berikut :

 (2)

dengan

[ *T* ] adalah matriks kolom (*n* × 1) darin arus injeksi.

[ *A* ] adalah matriks (*n* × *n*) yang menggambarkan topologi jaringan.

[ *I* ] adalah matriks kolom (*n* × 1) dari arus cabang.

Pada jaringan bentuk radial, sebuah *node* merupakan titik pembebanan sehingga arus injeksi pada setiap *node* adalah negatif, maka

 (3)

dengan *Ki* adalah arus beban pada *node* ke-*i*.

Dengan demikian Persamaan (2) dapat diubah menjadi

 (4)

atau

 (5)

dengan



adalah matriks (*n* × *n*), yang merupakan matriks invers topologi jaringan.

adalah matriks kolom (*n* × 1) dari arus beban.

Keistimewaan dari matriks [ *A* ] adalah suatu matriks *uppertriangular* dan seluruh elemennya yang tidak sama dengan nol dan bernilai satu.

Arus segmen dapat ditentukan dari hubungan matriks topologi jaringan seperti pada Gambar 2. Agar *Ij =* *Ia*, *Ib*, *Ic*, *Id*, . . . , *Il*, merupakan arus segmen maksimum, maka *Ki* = *K*1, *K*2, *K*3, *K*4, . . . , *K*12, merupakan arus beban maksimum. Untuk menentukan besar *Ki* beban, maka dilakukan pendekatan-pendekatan sebagai berikut :

1. Tegangan kwalitas minimal ditetapkan :
2. Untuk Jaringan Tegangan Menengah adalah 10 % di bawah tegangan nominal, maka *Vi* = 0,95 *Vn*.
3. Untuk Jaringan Tegangan Rendah adalah 5 % di bawah tegangan nominal, maka *Vi* = 0,975 *Vn*.
4. Daya (*kW*) yang diserap oleh beban dapat dari masing-masing unit transformator distribusi.
5. Faktor kerja beban dianggap tetap selama beban beroperasi.

Berdasarkan ke tiga hal tersebut, maka untuk jaringan tegangan menengah pada sistem distribusi primer, besar arus (*Ki*) dapat ditentukan dengan menggunakan persamaan berikut

 (6)

dengan

*Pi* adalah daya aktif (*kW*) yang diserap oleh beban ke-*i*, yang diambil beban puncaknya

dari masing-masing unit transformator distribusi

*Vn* adalah tegangan nominal sistem.

cos *Өi* adalah faktor kerja beban ke-*i*.

**A.2.** **Perhitungan Rugi-Rugi Daya Maksimum Di Jaringan**

Rugi-rugi daya pada jaringan tergantung pada besar arus total yang mengalir melalui jaringan tersebut. Rugi-rugi daya akan maksimum bila arus yang mengalir melalui jaringan adalah arus maksimum. Rugi-rugi daya terdiri dari dua bagian yaitu rugi-rugi daya aktif (∆*P*), dan rugi-rugi daya reaktif (∆*Q*), yang dapat dilihat pada Gambar 3.



Gambar 3. Jaringan distribusi dengan panjang *AB*, dan impedansi *Z* = *R + jX*.

Dari Gambar 3, rugi-rugi daya aktif disebabkan oleh arus (*IAB*) dan resistansi (*R*), sedangkan rugi-rugi daya reaktif disebabkan oleh arus (*IAB*) dan reaktansi (*X*), dengan persamaan sebagai berikut :

 (7)

 (8)

Penjumlahan secara vektoris antara kedua daya tersebut merupakan rugi-rugi daya total kompleks (∆*S*), yang besarnya

 (9)

atau

 (10)

Rugi-rugi daya di suatu jaringan distribusi merupakan jumlah seluruh rugi-rugi daya di setiap saluran pada jaringan tersebut, dimana

 (11)

 (12)

 (13)

B. Gambar jaringan dan data

Suatu gambar sistem kelistrikan adalah seperti Gambar 4.



Keterangan Gambar 4

b1 adalah transformator distribusi unit 1.

b2 adalah transformator distribusi unit 2.

b3 adalah transformator distribusi unit 3.

b4 adalah transformator distribusi unit 4.

b5 adalah transformator distribusi unit 5.

b6 adalah transformator distribusi unit 6.

b7 adalah transformator distribusi unit 7.

b8 adalah transformator distribusi unit 8.

b9 adalah transformator distribusi unit 9.

b10 adalah transformator distribusi unit 10.

b11 adalah transformator distribusi unit 11.

Data kapasitas daya pada masing-masing unit transformator distribusi dan beban puncak seperti Tabel 1.

Tabel 1. Data kapasitas daya pada masing-masing unit transformator distribusi dan beban puncak

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Unit transformator distribusi | Kapasitas unit  transformator  (kVA) | Beban puncak unit transformator  (kVA) | Beban puncak unit transformator  (kW) | faktor kerja  (cos Ө) |
| b1 | 500 | 301,640 | 226,230 | 0,75 |
| b2 | 225 | 145,330 | 123,540 | 0,85 |
| b3 | 1250 | 692,500 | 554,000 | 0,80 |
| b4 | 2500 | 1830,960 | 1574,626 | 0,86 |
| b5 | 7500 | 5463,280 | 4643,788 | 0,85 |
| b6 | 1000 | 582,950 | 495,508 | 0,85 |
| b7 | 1250 | 691,700 | 449,605 | 0,65 |
| b8 | 1000 | 608,650 | 474,747 | 0,78 |
| b9 | 1000 | 472,390 | 354,293 | 0,75 |
| b10 | 3750 | 3023,060 | 2297,526 | 0,76 |
| b11 | 1250 | 725,470 | 565,867 | 0,78 |

Data jaringan untuk setiap saluran dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Data saluran suatu sistem kelistrikan.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Saluran | | Tahanan  (Ohm) | Reaktansi  (Ohm) |
| i | j |
| G | Bus | 0,0026 | 0,00449 |
| 9 | b1 | 0,07980 | 0,06080 |
| 8 | b2 | 0,00676 | 0,00413 |
| 7 | b3 | 0,06591 | 0,04027 |
| 6 | b4 | 0,01589 | 0,00971 |
| 1 | 10 | 0,01919 | 0,03366 |
| 10 | b5 | 0,00588 | 0,00448 |
| 10 | 11 | 0,05040 | 0,03840 |
| 11 | b6 | 0,00672 | 0,00512 |
| 11 | b7 | 0,01554 | 0,01184 |
| 2 | b8 | 0,07812 | 0,05952 |
| 3 | b9 | 0,00309 | 0,00330 |
| 4 | b10 | 0,00534 | 0,00409 |
| 5 | b11 | 0,00687 | 0,00456 |

**III. Hasil Perhitungan dan Analisis**

1. **Hasil Perhitungan**

Hasil perhitungan yang dilakukan adalah menghitung arus yang mengalir di setiap saluran dengan menggunakan Persamaan (6), kemudian membentuk matriks topologi arus, dan menghitung rugi-rugi daya pada setiap segmen. Sehingga arus maksimum yang mengalir di setiap saluran pada beban dalam bentuk bilangan kompleks seperti Tabel 3.

Tabel 3. Arus maksimum yang mengalir di setiap saluran pada beban

dalam bentuk bilangankompleks.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Beban | Arus maksimum yang mengalir di setiap saluran  (Amper) | |
| Kompleks | Maksimum |
| b1 | 13,2839 + *j* 8,7865 | 15,9269 |
| b2 | 6,4007 + *j* 3,3718 | 7,2345 |
| b3 | 30,4970 + *j* 18,2982 | 35,5653 |
| b4 | 80,6335 + *j* 41,1468 | 90,5252 |
| b5 | 240,5970 + *j* 126,7423 | 271,9385 |
| b6 | 25,6725 + *j* 13,5238 | 29,0167 |
| b7 | 30,4617 + *j* 23,1489 | 38,2595 |
| b8 | 26,8043 + *j* 16,7739 | 31,6202 |
| b9 | 20,8036 + *j* 13,7603 | 24,9426 |
| b10 | 133,1323 + *j* 86,5258 | 158,7795 |
| b11 | 31,9489 + *j* 19,9930 | 37,6889 |

Matriks topologi arus seperti Gambar 5.



Gambar 5. Matriks topologi arus dari Gambar 4.

Kemudian menghitung rugi-rugi daya maksimum di setiap saluran. Rugi-rugi daya yang diperhitungkan adalah rugi-rugi daya semu yang dihitung berdasarkan pada Persamaan (7) sampai (13), dimana arus yang mengalir adalah arus maksimum seperti pada Tabel 3 dan Gambar 5, selanjutnya perhitungan rugi-rugi daya maksimum di setiap saluran sebagai berikut :

Rugi-rugi daya maksimum pada saluran beban *b*1

*I* = 15,9269 Amper.

*R* = 0,07980 Ohm.

*X* = 0,06080 Ohm.

maka

∆ *P* = *I* 2. *R* = 20,2426 Watt.

∆ *Q* = *I* 2. *Q* = 15,4229 Var.

∆ *S* = ∆ *P* + *j* ∆ *Q* = (20,2426 + *j* 15,4229) VA.

Rugi-rugi daya total di jaringan merupakan penjumlahan dari seluruh rugi-rugi di setiap saluran. Hasil perhitungan rugi-rugi daya di setiap jaringan seperti pada Tabel 4.

Tabel 4. Hasil perhitungan rugi-rugi daya di setiap jaringan pada suatu sistem kelistrikan.

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Saluran | | Tahanan  (Ohm) | Reaktansi  (Ohm) | Arus Maksimum  (Amper) | Rugi-Rugi Daya Semu  (VA) |
| i | j |
| G | Bus | 0,0026 | 0,00449 | 740,4988 | 1.425,6800 + *j* 2.462,0397 |
| 9 | b1 | 0,07980 | 0,06080 | 15,9269 | 20,2426 + *j* 15,4229 |
| 8 | b2 | 0,00676 | 0,00413 | 7,2345 | 0,3538 + *j* 0,2162 |
| 7 | b3 | 0,06591 | 0,04027 | 35,5653 | 83,3689 + *j* 50,9371 |
| 6 | b4 | 0,01589 | 0,00971 | 90,5252 | 130,2156 + *j* 79,5716 |
| 1 | 10 | 0,01919 | 0,03366 | 338,7534 | 2.202,1267 + *j* 3.862,6151 |
| 10 | b5 | 0,00588 | 0,00448 | 271,9385 | 434,8292 + *j* 331,2985 |
| 10 | 11 | 0,05040 | 0,03840 | 67,0517 | 226,5949 + *j* 172,6437 |
| 11 | b6 | 0,00672 | 0,00512 | 29,0167 | 5,6580 + *j* 4,3109 |
| 11 | b7 | 0,01554 | 0,01184 | 38,2595 | 22,7473 + *j* 17,3313 |
| 2 | b8 | 0,07812 | 0,05952 | 31,6202 | 78,1073 + *j* 59,5103 |
| 3 | b9 | 0,00309 | 0,00330 | 24,9426 | 1,9224 + *j* 2,0530 |
| 4 | b10 | 0,00534 | 0,00409 | 158,7795 | 134,6264 + *j* 103,1127 |
| 5 | b11 | 0,00687 | 0,00456 | 37,6889 | 9,7585 + *j* 6,4773 |
| Total | | | | | 4776,2316 + *j* 7167,5430 |

Jadi rugi-rugi daya total di jaringan merupakan penjumlahan dari seluruh rugi-rugi daya di setiap saluran. Hasil perhitungan rugi-rugi daya total di jaringan dari Tabel 4 di atas adalah

∆ *St* = (4776,2316 + *j* 7167,5430) VA = 8613,1331 VA = 8,613 kVA.

1. **Analisis**

Dibandingkan dengan struktur jaringan lain, jaringan radial memiliki beberapa sifat khusus dalam aplikasi matriks topologi yang dapat dimanfaatkan untuk mempermudah pemecahan masalah, yaitu : ada jaringan radial hanya terdapat satu *node* sumber daya,dan *node*-*node* lain merupakan *node* beban, rus injeksi positif terdapat pada *node* sumber daya, sedangkan pada *node* lain arus injeksi berharga negatif. Pada suatu jaringan radial berlaku hubungan *b* **=** *n-*1, dengan *b* adalah merupakan jumlah cabang, dan *n* merupakan jumlah *node*. Tahap-tahap proses perhitungan dalam aplikasi matriks topologi untuk menentukan daya pada jaringan adalah tegangan awal *node* *i* diasumsikan berharga 1 per unit ( 1 pu), atau *Vi* = 1 pu, membentuk matriks *A*, membentuk matriks *Z*bus yaitu menghitung arus injeksi pada *node* *i* dengan Persamaan (6), menghitung jatuh tegangan total yaitu  menghitung tegangan pada *node* *i* yaitu memeriksa apakah sudah konvergen dengan indeks presisi yaitu dengan *k* indeks iterasi dan indeks presisi. Bila tahap terakhir tidak terpenuhi, maka proses perhitungan di ulang mulai tahap menghitung arus injeksi pada *node i* dan sebelumnya menetapkan bahwa  Demikian seterusnya sampai tahap-tahapan terpenuhi. Setelah tahap-tahapan selesai, maka proses dilanjutkan, yaitu menghitung arus yaitu  menghitung jatuh tegangan tiap cabang yaitu menghitung daya yang mengalir pada tiap cabang yaitu dan dan terakhir menghitung rugi-rugi daya tiap cabang yaitu 

**4. Kesimpulan**

Penggunaan matriks topologi untuk perhitungan rugi-rugi daya pada jaringan distribusi radial merupakan suatu kontribusi dalam penyelesaian masalah pada jaringan distribusi. Proses perhitungan dilakukan tanpa melaksanakan penyerdehanaan struktur topologi sehingga hasilnya akan lebih teliti. Pembentukan matriks invers topologi dapat dibentuk secara langsung tanpa melakukan invers matriks A dan matriks impedansi cabang sebagai matriks kolom. Hasil perhitungan rugi-rugi daya pada jaringan dapat dilakukan secara manual yang akurasinya dapat diterima.

**Referensi**

Burke, James J. (1994). *Power Distribution Engineering*. Marcel Dekker.

Gönen, Turan. (2008). *Electric Power Distribution System Engineering*. McGraw-Hill International Book Company.

Kadir, Abdul. (2000). *Distribusi dan Utilisasi Tenaga Listrik*. Jakarta: UI-Press.

Pabla, A.S. (1986). *Sistem Distribusi Daya Listrik*. Jakarta: Penerbit Erlangga.

Ponnavaikko, & M., Prakasa Rao, K.S. (1982). *An Approach to Optimal Distribution System Planning Through Conductor Gradation*. IEEE Transactions Power Apparatus and System PER-2.; 6: 1735-1742.

Sabri, Yusra. (1990). *Analisa Topologi Jaringan Distribusi*. ITB-Bandung.

Sabri, Yusra., Nurhidayat., Handini, Wike. (1993). *Analisa Aliran Daya Jaringan Distribusi Radial Dengan Metode Teknik Topologi*. Seminar Nasional Ketiga Teknik Tenaga Listrik. ITB-Bandung.

Sullivan, Robert L. (1997). *Power System Planning*. McGraw-Hill International Book Company.